

Crecimiento y decrecimiento exponencial



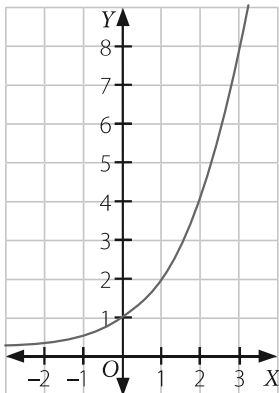
Realiza la siguiente actividad con un compañero o una compañera.

Objetivo

- Modelar procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial en diversos contextos.

Atención

Un ejemplo de crecimiento exponencial relacionado con la potencia 2^x es el siguiente gráfico.



Habilidad

Cuando usas potencias para describir el crecimiento o el decrecimiento exponencial de alguna situación estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

Emilia abre una cuenta de ahorro en un banco con \$60 000. Todos los meses el banco le da un interés del 1% de lo que hay en la cuenta. Esto quiere decir que la cantidad que está en la cuenta se multiplica cada mes por 1,01.

- Completa la tabla. Si es necesario, utiliza una calculadora.

Mes	Dinero (\$)
1	60 000
2	$60\,000 \cdot 1,01 =$
3	$(60\,000 \cdot 1,01) \cdot 1,01 = 60\,000 \cdot 1,01^2 =$
4	$(60\,000 \cdot 1,01^2) \cdot 1,01 = 60\,000 \cdot 1,01^3 =$
5	
6	

- ¿Por qué cada mes se debe multiplicar por 1,01? Expliquen.

- ¿Qué expresión matemática permitiría determinar los ahorros de Emilia en el mes 11? ¿y en un mes n ?

- Grafiquen en un procesador de texto (por ejemplo, Word, Openoffice, Libreoffice, entre otros) los ahorros de Emilia. Para esto, sigan estos pasos.
 - 1° Abran el programa y con el *mouse* seleccionen **Insertar**, luego **Gráfico**. En Gráfico seleccionen **Tipo de gráfico...** y elijan un **gráfico de líneas**; después seleccionen el primer subtipo de gráfico y aparecerá un ejemplo.
 - 2° Reemplacen la columna de categorías por los valores de "Mes" y la serie 1, por los valores de "Dinero (\$)".
 - 3° Observen que en la primera fila se pueden poner los nombres de las variables, es decir, "Mes" y "Dinero (\$)".
 - 4° Dependiendo del *software*, es posible cambiar algunas características del gráfico. Indaguen en las opciones que da el programa para hacer modificaciones al gráfico. Por ejemplo, pueden agregar lo siguiente:
 - En Título de gráfico: "Ahorro de Emilia".
 - En Eje de categorías: "Mes".
 - En Eje de valores: "Dinero".
- Describan el gráfico que construyeron.

Conceptos

Cuando se modela una situación de **crecimiento exponencial**, la base de la potencia es **mayor que 1**. Por otra parte, cuando la base de la potencia es **menor que 1 y mayor que cero**, se está modelando un **decrecimiento exponencial**.

Ejemplo 1

La cantidad de masa del elemento radiactivo cesio 137 en un tiempo t (en años) disminuye, aproximadamente, como se muestra en la tabla:

Tiempo	1	2	3	4	5
Cálculo de la masa	10	$10 \cdot 0,9773$	$10 \cdot 0,9773^2$	$10 \cdot 0,9773^3$	$10 \cdot 0,9773^4$
Masa (g)	10	9,773	9,551	9,334	9,122

¿Qué cantidad de cesio 137 hay inicialmente?

En la primera columna de la tabla se puede observar la cantidad inicial de cesio 137, que corresponde a 10 g.

¿Qué cantidad de cesio 137 habrá en 80 años?

Para determinar la cantidad de cesio 137 en un año t determinado se debe calcular la expresión $10 \cdot 0,9773^{t-1}$.

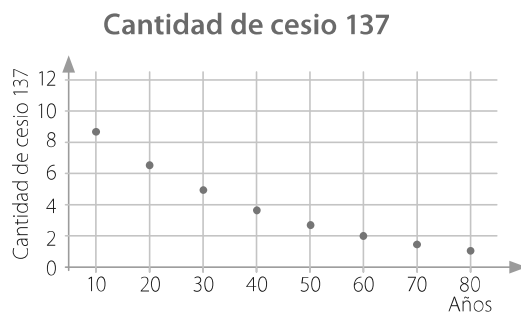
Cuando $t = 80$, se tiene:

$$10 \cdot 0,9773^{80-1}$$

Usando una calculadora científica como la de la imagen, se obtiene que la cantidad de cesio 137 en 80 años es de 1,63 g, aproximadamente.

Gráfica algunos valores del decrecimiento de la masa del cesio 137.

Siguiendo los pasos de la actividad inicial, se puede obtener un gráfico como el siguiente:



➤ ¿En qué se diferencian y asemejan los gráficos de la actividad inicial y el gráfico del ejemplo 1? Comenta con un compañero o una compañera.

Atención

Para realizar el cálculo de la potencia con la calculadora de la imagen se debe teclear lo siguiente:

$$10 \cdot 0.9771 \cdot 80$$



Conexión con Ciencia

El cesio 137 es una sustancia radiactiva que se utiliza generalmente en la industria y en la medicina.